

Mobilné aplikácie na porozumenie pojmu usporiadanie

Edita Partová, Katarína Žilková

Univerzita Komenského v Bratislave, Pedagogická fakulta

1. Teoretické východiská

Usporiadanie a triedenie sú najvýznamnejšie typy relácií, s ktorými sa oboznamujú deti už v predškolskom veku. Z didaktického hľadiska ich môžeme zaradiť medzi prípravné pojmy k pojmu *prirodzené číslo*, aj keď sú významné v rôznych iných častiach matematiky, preto je rovnako dôležité porozumenie týchto pojmov aj nadobudnutie zručnosti *usporiadať a triediť*. V tejto štúdii sa venujeme skúmaniu didaktických prostriedkov, vhodných na rozvíjanie pojmu *usporiadanie* podľa počtu prvkov množiny.

Dostupné výskumy prevažne vychádzajú z toho, že žiak ovláda názvy čísel v prirodzenom usporiadaní a čísla usporiada ich zobrazením na postupnosť názvov. Rozsiahly výskum detí predškolského veku Weiglovej (1982) v šesťdesiatych rokoch 20. storočia v Nemecku obsahuje položky zamerané na schopnosť usporiadať čísla od 1 po 10. Podrobná analýza úloh ukazuje, že všetky úlohy predpokladali znalosť číselného radu. Napr: *Máš pred sebou čísla 2, 5, 7, 8. Vyhladajte kartičky, ktoré chýbajú, aby ste vyplnili medzery*. Neskôr opakovali pokus predmetmi (vežičky vytvorené z 2, 5, 7, 8 tehličiek označené číslami). Zaujímavosťou výskumu je, že výskumníci začali s najnáročnejšími úlohami a postupne znižovali náročnosť. Vychádzali z Vygotského „zóny najbližšieho vývinu“, považovali za neefektívne zadať úlohy zodpovedajúce aktuálnemu vývinu dieťaťa, lebo ako uvádzajú „iba také vyučovanie je dobré, ktoré predbieha vývin a riadi ho“ (Weigl 1982).

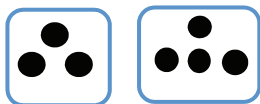
Zapamätanie číselného radu úzko súvisí s existenciou tzv. približnej číselnej sústavy (approximate number system, skr. ANS),

ktorý sa považuje za vrodenu schopnosť (Clemens & Sarama 2014). Zapamätanie usporiadaného radu nie je príliš ťažká úloha pre dieťa predškolského veku, čo dokladuje aj pokus, ktorý mal skúmať schopnosť usporiadania u primátov. Podľa Kawai & Matzuzava (2000, in Clemens & Sarama 2014) sa *šimpanz naučil arabské číslice od 0 po 9, preukázal to ukazovaním na dotykovvej obrazovke a dokázal ich usporiadať od 0 po 9.*

Podľa Piageta (2010) sa dieťa už v predškolskom veku dostane do predoperačného štádia myslenia, ktoré sa vyznačuje rigidnou vizuálnou reprezentáciou, čo zabraňuje transformáciám. Ranschburg (2014) zdôrazňuje, že v predoperačnom štádiu dieťa spája vizuálne reprezentácie do radu, uvedomuje si, že minulosť predchádza súčasnosti a dokáže predurčiť budúcnosť, avšak následnosť (sukcesivita) týchto reprezentácií je príliš viazaná. Všeobecne sa ilustruje viazanosť následnosti na príklade turistu, ktorý vie vymenovať všetky zastávky svojej trasy v poradí akom ich prešiel, ale v opačnom poradí má problém. Podobný jav pozorujeme u detí v predškolskom veku, ale i na začiatku školskej dochádzky: dokážu vymenovať číselný rad od najmenšieho po najväčšie číslo, tak ako si zapamätali, ale v opačnom poradí nie. Dieťa v predškolskom veku je obmedzené touto *metódou* usporiadania, teda nemusí si uvedomiť, že usporiadanie je založené na vzťahu množina A má viac (prípadne menej) prvkov ako množina B.

Výskumy však ukazujú, že deti v tomto veku dokážu zistiť, ktorá z dvoch množín má viac prvkov na základe holistického vnímania, tzv. *subitizing*¹ (Clemens & Sarama 2014), v domácej literatúre sa používa aj termín *číselné obrázky*. Holistické vnímanie počtu skrýva v sebe nebezpečenstvo omylu. Ak sa usporiadanie prvkov podobá na známe usporiadanie napr. troch prvkov (obrázok 1), dieťa identifikuje počty oboch množín rovnako, ako tri. Príklad nesprávneho výsledku porovnávania je známy Piagetov pokus s rôznymi medzerami medzi rovnakým počtom prvkov, lebo deti neporovnávajú na základe priradenia medzi prvkami, ale porovnávajú rady ako celky.

¹ Pojem „subitizing“ použili Kaufman a kol. (1949) a zjednodušene znamená rýchlo a čo najpresnejšie určiť na pohľad počet prvkov v množine bez počítania. Presnosť výsledku a rýchlosť určenia počtu je závislý od počtu prvkov.



Obrázek 1. Číselné obrazy – holistické vnímání počtu

Výskumníci se domnívají, že cvičením dítěta zdokonaľuje svoju približnú číselnú sústavu, sústavne upresňuje pojem *číslo* a neskôr si vytvorí *mentálnu číselnú os*, ktorú používa pri usporiadaní čísel.

Matematickú podstatu relácie usporiadania budeme chápať v tejto štúdii podľa definície Šaláta, Haviara, Hechta & Katriňáka (1986). Binárnu reláciu $<$ na neprázdnej množine T nazývame usporiadaním na T , ak spĺňa nasledovné podmienky:

- ak $x < y$, tak $y \not< x$ (antisymetria);
- $x < y$ a $y < z$ implikujú $x < z$ (tranzitivnosť);
- pre každé $x, y \in T$ platí: $x = y$, alebo $x < y$, alebo $y < x$ (trichotómia).

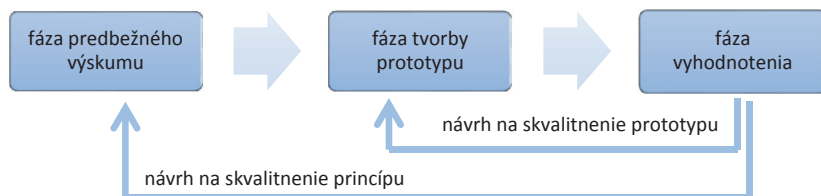
V podmienke c) nastane vždy len jedna z uvedených možností.

Vyššie uvedené výskumy sa zamerali na skúmanie zručnosti usporiadania čísel, a nesústredili sa na pochopenie relácie usporiadania, z dôvodu vývinového štádia detí v predškolskom veku. Počas školského vyučovania sa postupne vytvoria podmienky na porozumenie vlastností relácie usporiadania, teda vyučovanie by malo reflektovať tieto fakty. Analýza učebných textov však ukazuje, že vlastnosti usporiadania sa explicitne nevyskytujú v úlohách, ich prítomnosť sa predpokladá implicitne na základe správneho výsledku usporiadania. Problém môže nastať až vo vyšších ročníkoch, kde žiak sa uspokojí s čiastočným usporiadaním namiesto usporiadania a dospeje k nesprávnemu výsledku. Vlastnosť antisymetrie je pre deti na základe ich skúseností ľahko pochopiteľná, akosi prirodzená. Pojem tranzitivnosti robí problém aj niektorým dospelým. Pochopenie trichotómie vyžaduje systematickú prácu dieťaťa, nakoľko každú dvojicu prvkov musí porovnať (vlastnosť c) v definícii). Zistenie nedostatku vhodných námetov na posilnenie schopnosti usporiadať na základe porozumenia relácie sme sa rozhodli vytvoriť digitálne materiály, ktoré aspirujú na záujem generácie žiakov mladšieho školského veku. Tvorba

materiálov je súčasťou projektu *Optimalizácia výučbových materiálov z matematiky na základe analýzy súčasných potrieb a schopností žiakov mladšieho školského veku*.

2. Metodika výskumu

Proces tvorby edukačnej intervencie bol koncipovaný ako Design based research (DBR), v slovenčine sa používa aj názov „výskum vývojom“ (Kalaš, 2009). Ako uvádza David (2007), cieľom DBR je odhaliť vzťahy medzi teóriou vzdelávania, navrhovaným artefaktom a praxou. Za praktickú metódu výskumu, ktorá môže prekonať priepasť medzi teóriou a praxou ju považujú Anderson & Shattuck (2012). Metóda DBR je založená na cyklickom opakovaní intervencie a jej zdokonaľovaní až do jej účinnosti. Existuje niekoľko modelov a prístupov, v rámci ktorých sa implementuje DBR. Každý model rieši konkrétny problém v oblasti výskumu vo vzdelávaní a má svoje vlastné charakteristiky. V našom výskume sme implementovali model opísaný v štúdií podľa Sahasrabudhe, Murthy & Iyer (2013), ktorý sme adaptovali na podmienky skúmania rozvíjania schopnosti usporiadať objekty podľa počtu (obrázok 2).



Obrázok 2. *Cyklický proces DBR na tvorbu intervencie*

V ďalšom texte v krátkosti opíšeme jednotlivé fázy výskumu, ktoré boli dosiaľ ukončené a závery, ktoré z iterácií vyplynuli a ovplyvnili vstupné parametre ďalšej iterácie. Ukončené boli dva iteračné cykly a vytvorené závery pre tvorbu a realizáciu ďalšej iterácie, ktoré už budú súčasťou revidovanej teórie o procese rozvíjania schopnosti usporiadať podľa počtu.

3. Prvý cyklus

Fáza predbežného výskumu

Potrebu výskumu v oblasti didaktického spracovania aktivít na usporiadanie predurčili výsledky výskumu podľa Partovej (1999) o tom, že vybraní učitelia materských škôl, ktorí boli zároveň aj študentmi odboru Učiteľstva pre materské školy nerozlišovali reláciu usporiadania od relácie triedenia. Na základe štúdia ďalších dostupných odborných zdrojov sme detekovali nedostatok vhodných aktivít zameraných na porozumenie pojmu a procesu usporiadania. Z tohto dôvodu sme vytvorili učebnú pomôcku na haptickú manipuláciu (modely lienok s rôznym počtom bodiek) a overovali schopnosť detí usporiadať lienky podľa počtu bodiek od najmenšieho po najväčší počet. Pomôcka nebola vyrobená hromadne, preto nebola dostupná pre väčší počet materských škôl, ani pre každé dieťa v materskej škole, a teda výskumné zistenia boli spracované formou analýz jednotlivých prípadov. Ako jedno z východísk na odstránenie tohto nedostatku bolo prijaté používanie vhodného virtuálneho modelu. Po prieskume dostupných elektronických zdrojov sme zistili absenciu virtuálnych aktivít podobného zamerania, čo podmienilo tvorbu vlastnej, autorskej, intervencie.

Fáza tvorby prototypu

Podľa pozorovaní práce detí s manipulačnou pomôckou určenou na usporiadanie počtu sa vytvorila analýza problému na implementáciu v softvérovom prostredí Imagine (vyžaduje podporu Imagine plugin). Softvér v zásade simuloval reálnu úlohu vo virtuálnom prostredí. Princíp spočíval v generovaní lienok s rôznym počtom bodiek v rôznom poradí a úlohou dieťaťa bolo usporiadať lienky podľa počtu bodiek vzostupne a uložiť ich na vopred určené miesta systémom posúvania „drag“ & „drop“. V rámci implementácie úlohy bola aplikovaná relácia „je pred“, resp. „je za“. Pilotná verzia² zabezpečovala spätnú väzbu v dvoch variáciách:

² Pilotná verzia softvéru „usporiadanie“ v prostredí Imagine je dostupná na <http://www.matika.sk/programy/usporiadanie1.HTM>

v prípade nekorektného uloženia lienky softvér vrátil lienku na jej domovskú pozíciu, v prípade korektného uloženia lienky softvér ponechal lienke jej novú pozíciu. Zároveň mal softvér zabudovanú spätnú väzbu o celkovom úspešnom vyriešení úlohy.

Fáza vyhodnotenia

Pilotná verzia softvéru bola overovaná s deťmi predškolského veku (5-6 rokov) prostredníctvom interaktívnej tabule, pričom sa ako výskumné metódy aplikovali pozorovanie (priame aj nepriame) a interview, ktoré boli súčasťou prípadových štúdií. Následne sa uskutočnila analýza videozáznamov s vytvorením pozorovaných kategórií, ktoré sa stali vstupnými parametrami pre inováciu intervencie a uskutočnenie ďalšej iterácie. Niektoré výsledky tejto fázy môže čitateľ nájsť v štúdií Partovej a Žilkovej (2010). K najdôležitejším zisteniam patrili výsledky týkajúce sa detských stratégií riešenia úlohy a analýzy benefitov a nedokonalostí softvéru. Deti riešili úlohu pomocou počítania bodiek a poznatku prirodzeného usporiadania čísel. Osvedčil sa výber prostredia (digitálne spracovanie) a taktiež sa osvedčil spôsob výberu spätnej väzby. Avšak softvér neposkytoval možnosť usporiadať lienky v klesajúcom rade, a ani usporiadať iné objekty, ktoré by predstavovali iné modely množín s daným počtom prvkov. Preto bolo využitie pomôcky bez zásahu učiteľa limitované a pre dieťa rýchlo zvládnuteľné. Tieto nedostatky boli motiváciou pre druhý cyklus výskumu, v ktorom sme chceli reflektovať napríklad aj možnosti voľby rôznej náročnosti. Návrhy pre zdokonalenie programu sa týkali nielen technickej realizácie (modernejšia platforma a vizuálny dizajn, zmena implementačného jazyka, širšia dostupnosť), ale aj didaktických možností (voľba náročnosti, spôsobu usporiadania a možnosť intervencie učiteľa podľa individuálnych schopností dieťaťa).

4. Druhý cyklus

Fáza predbežného výskumu

Výsledky fázy vyhodnotenia v prvom cykle sa stali vstupnými požiadavkami pre fázu predbežného výskumu pre druhý cyklus.

Návrh skvalitnenia predpokladal zapracovanie ďalších atribútov, ako napríklad náročnosť usporiadania, spôsob usporiadania, typ usporiadania, variabilitu a väčší počet objektov na usporiadanie. Rozšírením a zovšeobecnením softvéru sme chceli reflektovať rôzne individuálne schopnosti, potreby a záujmy detí. Nové požiadavky bolo potrebné spracovať do vstupnej analýzy ako podkladu na tvorbu novej verzie softvéru. V analýze sa zohľadňovali všetky vyššie uvedené nové atribúty a konfrontovali s možnosťami ich implementácie z hľadiska spôsobu ovládania (užívateľsky priateľské prostredie), grafického rozhrania, výberu platformy a priestoru na doplnenie návodu na použitie, ale najmä metodiky. V ďalšej fáze podrobnejšie opíšeme výsledný produkt implementácie spracovanej analýzy.

Fáza tvorby prototypu

V rámci tejto časti opíšeme základnú charakteristiku vytvoreného intervenčného prototypu, koncepciu a štruktúru appletu. Zdôvodnenie vychádza z predchádzajúcich fáz.

Matematický edukačný applet³ „Usporiadanie podľa počtu“⁴ je zameraný na nácvik usporiadania podľa počtu a určený pre deti predškolského a mladšieho školského veku. Úlohou dieťaťa je usporiadať podľa počtu rôzne objekty reprezentujúce modely množín s daným počtom prvkov. To znamená, že základným predpokladom na úspešné vyriešenie úloh v applete je porovnávanie podľa počtu. Porovnávanie môže dieťa realizovať buď na základe schopnosti určiť počet prvkov usporiadanej alebo neusporiadanej množiny a následne rozhodnúť o usporiadaní, ale reflektuje sa aj schopnosť dieťaťa realizovať usporiadanie podľa istých vizuálnych prototypov (teda holisticky).

Základný princíp implementácie usporiadania v rámci edukačného appletu je založený na uplatnení relácie „je pred“ a „je za“. To znamená, že dieťa môže presúvať ľubovoľne objekty určené

³ Výraz *applet* budeme používať v súlade s výkladom Jazykovedného ústavu Ľudovíta Štúra (zdroj: www.JazykovaPoradna.sk), podľa ktorého „anglický výraz *applet* zatiaľ nemá zdomácnenú slovenskú podobu ... Anglická podoba je v slovenčine foneticky aj morfológicky prijateľná (umožňuje napr. pravidelné skloňovanie), takže sa potreba zdomácnovania tak výrazne nepociťuje“.

⁴ Applet je dostupný na <http://delmat.info/a/1/>

na usporiadanie na základe kritéria, či patrí pred alebo za už vopred uložený objekt podľa typu usporiadania. Podľa vyššie opísanej analýzy applet zohľadňuje aspekty: odborné, technické a užívateľské.

Odborné hľadisko: Návrh funkcionality appletu musí byť matematicky korektný a didakticky správny, bez logických chýb. Cieľom bolo vytvoriť návrh, ktorý by reflektoval kritériá, akými sú najmä rôzne schopnosti, potreby a záujmy detí. Applet je zameraný na rozvíjanie schopnosti detí určovať počet prvkov množiny, porovnávať množiny s rôznym počtom prvkov a usporadúvať objekty podľa počtu prvkov v obore prirodzených čísel do 9 (bez nuly). Pri používaní appletu je možné aktívne precvičovať vlastnosti usporiadania (antisymetria, tranzitivnosť, trichotómia).

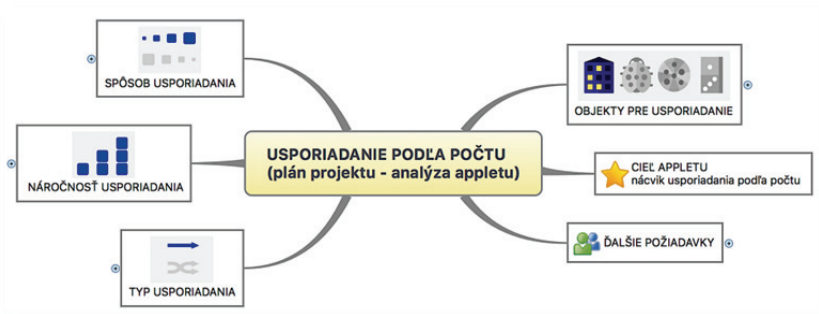
Technické hľadisko: Implementácia appletu využíva kombináciu web technológií a protokolov HTML5, CSS 3.x, JavaScript a OpenGL s primárnym cieľom dosiahnuť kompatibilitu a nezávislosť na výbere, či použití majoritných internetových prehliadačov. Rovnako je kladený dôraz na nezávislosť na operačnom systéme. Aplety spoľahlivo pracujú na mobilných zariadeniach so systémami IOS a Android. Samostatnú skupinu tvoria MicrosoftEdge a InternetExplorer (Windows), kde nie sú exaktne implementované a dodržané štandardy W3S. Niektoré operácie nemusia pracovať podľa očakávania napriek maximálnej snahe o použiteľnosť na všetkých systémoch a prehliadačoch.

Užívateľské hľadisko a grafický interface: Vzhľadom na cieľovú skupinu predškôlkov a najmladších školákov, ktorí sa často natívne pohybujú na mobilných zariadeniach, ovládanie intenzívne využíva princíp “drag” & “drop”. Zvolený spôsob ovládania je nielen prirodzený, ale najmä neodpútava pozornosť od požadovaného cieľa. Udržaniu koncentrácie je podriadený dizajn, ktorý je nastavený minimalisticky až schematicky, bez rušivých momentov, extrémneho množstva farieb, komponentov a tzv. „klikateľných” aktívnych prvkov. Cieľom týchto atribútov je umožniť udržať čo najvyššiu koncentráciu dieťaťa na matematickú podstatu a riešenie úlohy, resp. neposkytnúť potenciálne podmienky na zníženie pozornosti prehnými animačnými alebo inými rušivými javmi.

Všetky vyššie uvedené aspekty boli rozpracované do podrobných požiadaviek, ktoré sa prejavili v celkovej koncepcii a štruktúre matematického edukačného appletu (Obrázok 3).

Štruktúra appletu umožňuje reflektovať potreby, schopnosti a záujmy detí na viacerých úrovniach, ktoré je možné regulovať výberom parametrov úlohy:

- *náročnosť usporiadania;*
- *spôsob usporiadania;*
- *typ usporiadania;*
- *objekty pre usporiadanie.*



Obrázok 3. Základná kostra appletu: *Usporiadanie podľa počtu*

Každý z vyššie uvedených parametrov je dôležitý z hľadiska matematickej a didactickej gradácie úloh podľa potrieb, schopností a záujmov detí.

Náročnosť úlohy je determinovaná vždy výberom vyššie uvedených parametrov, resp. ich kombináciou. Náročnosť, ako takú, nie je možné dostatočne generalizovať, najmä z dôvodu rôznych schopností detí. Preto pod parametrom „náročnosť usporiadania“ treba v rámci ponuky appletu chápať len jeho limitovaný význam, ktorý sme redukovali na možnosť výberu z troch alternatív:

- *ľahká náročnosť* spočíva v tom, že sa vygeneruje 5 objektov, ktoré treba usporiadať podľa počtu;
- *stredná náročnosť* je definovaná ako usporiadanie podľa počtu, pričom k dispozícii je 7 objektov;

- *ťažká náročnosť* je voľbou na usporiadanie podľa počtu vygenerovaných 9 objektov.

Applet umožňuje výber z dvoch *spôsobov usporiadania*, a to *vzostupne* (od najmenšieho po najväčší) a *zostupne* (od najväčšieho po najmenší).

Je zrejmé, že usporiadanie od jednotky je pre dieťa najprirodzenejšie a najľahšie, čo vyplýva z pedagogicko-psychologických kognitívnych teórií. Vyššiu náročnosť úloh na usporiadanie podľa počtu môžeme dosiahnuť, ak je úlohou usporiadanie podľa počtu s prvým prvkom usporiadanej množiny rôznym od jednotky. Preto parameter „*typ usporiadania*“ umožňuje nastaviť dve úrovne: buď pre *usporiadanie od jednotky* alebo pre *usporiadanie od náhodne vygenerovaného čísla*. V druhom prípade (usporiadanie od náhodne generovaného čísla) sa nezobrazia parametre pre náročnosť, a teda usporiadanie je v tomto prípade možné realizovať len s piatimi objektami.

Objekty určené na usporiadanie sú z matematického hľadiska modelmi usporiadaných alebo neusporiadaných množín prvkov. Predpokladáme, že usporiadanie podľa počtu je pre dieťa jednoduchšie v prípade, že usporiadanie bodiek, resp. štvorcíkov sa zhoduje s vizuálnym prototypom na určovanie počtu, s ktorým sa dieťa stretáva v bežnom živote alebo pri detských hrách. Určovanie počtu prvkov neusporiadanej množiny je pre dieťa náročnejšie, a preto prepokladáme, že vyššiu náročnosť bude pre deti predstavovať usporiadanie modelov ilustrujúcich neusporiadané množiny (rozsvietené okná v domčekoch, hrozienka na koláči).

Ak zoberieme do úvahy všetky možnosti, ktoré applet poskytuje v rámci voľby jednotlivých parametrov, tak zistíme, že *v jednej aplikácii je implementovaných až 32 typovo odlišných úloh na usporiadanie podľa počtu*.

Pre dieťa je často motivačná pozitívna spätná väzba. Preto sme v návrhu a analýze appletu uvažovali a implementovali len spätnú väzbu v prípade úspešného riešenia. Nepočítajú sa nesprávne pokusy (nesprávne umiestnenie objektu), a ani nie je obmedzený ich počet. Ak dieťa nereflektuje vybranú kombináciu parametrov a pokúsi sa umiestniť objekt na nesprávne miesto, tak mu to applet neumožní a reaguje návratom objektu na pôvodnú (domovskú) pozíciu. Dôsledkom tohto implementačného riešenia môže byť riziko spojené s riešiteľskou stratégiou dieťaťa, ktoré sa rozhodne riešiť úlohu

metódou pokus-omyl bez dôkladnejšieho alebo dodatočného rozmýšľania o probléme.

Fáza vyhodnotenia

Cieľom bolo navrhnúť a vytvoriť taký matematický edukačný applet, ktorý bude intuitívne ovládateľný a dieťa samostatne objaví podstatu úlohy, a tiež princíp usporiadania. Taktiež sme predpokladali, že dieťa bude postupovať pri usporiadaní podľa svojho vlastného systému alebo aj náhodne, pričom z hľadiska nášho overovania funkčnosti a edukačnej efektivity appletu bolo a bude zaujímavé skúmať riešiteľské stratégie detí, preferencie detí z hľadiska výberu atribútov appletu a vyhodnocovať prínos appletu z hľadiska rozvíjania potrieb, matematických schopností a záujmu detí.

Zrealizovali sme dva typovo rozličné prístupy k overovaniu appletu z druhého interačného cyklu. Jeden súbor tvorili deti, ktoré sa zúčastnili festivalu „Európska noc výskumníkov“ v Bratislave (29. 9. 2017), na ktorom sme prezentovali doterajšie výsledky výskumu. Applet vyskúšalo viac ako 30 detí rôzneho veku. Riešiteľské stratégie sme zaznamenali prostredníctvom videozáznamov a následne analyzovali. Takto koncipovaný výskum nie vždy poskytol úplné informácie a zdôvodnenia detí o ich stratégii riešenia. Druhý prístup bol založený na individuálnej práci typu „face to face“ s dieťaťom, štruktúrovanom pozorovaní a analýze videozáznamov. Takýchto prípadov je dosiaľ spracovaných šesť. Uvedieme najdôležitejšie zistenia týkajúce sa voľby stratégie dieťaťa pri usporiadaní, z ktorých boli vytvorené nasledujúce kategórie:

K1: Pri vzostupnom usporiadaní prevažovala stratégia ukladania objektov podľa prirodzeného usporiadania čísel, t. j. deti vyhľadali najskôr jednotku (resp. objekt s najmenším počtom prvkov) a umiestnili ho na prvé miesto v rade zľava. Takto pokračovali ďalej.

K2: Pri väčšom počte prvkov (7 a 9) mladšie deti nedokázali na základe holistického vnímania určiť počet prvkov, preto zisťovali počet počítaním.

K3: Zostupné usporiadanie bolo v porovnaní s usporiadaním vzostupným náročnejšie v závislosti od veku a skúseností dieťaťa. Pre niektoré mladšie deti bol tento typ usporiadania kvôli neúspechu demotivačným (odmietali pokračovať v riešení úlohy).

K4: Pri realizácii zostupného usporiadania sme pomerne často identifikovali stratégiu transformácie pôvodného vzostupného usporiadania. Prejavovalo sa to tak, že dieťa postupovalo od konca (sprava doľava) a usporiadalo objekty v rastúcom poradí (obrázok 4). Pripúšťame, že túto stratégiu mohla evokovať ikona pre voľbu smeru usporiadania alebo deti uprednostňovali stratégiu prirodzeného usporiadania čísel.

K5: Napriek tomu, že applet umožňuje presúvanie objektov horizontálne z jednej pozície na inú (korektnú pozíciu), stratégiu presúvania sme vyzorovali len v dvoch prípadoch v istej fáze riešenia.



Obrázok 4. *Ilustrácia stratégie zostupného usporiadania*

Sledovali sme aj preferenciu detí pri výbere objektov v ponuke appletu. Jednoznačne najmenej preferovaný objekt bol model domina a najlepšie prijaté boli lienky (jeden žiak zdôvodnil, že preto, lebo s lienkami sa už stretol v materskej škole a dokresľovali bodky). Dôvod neoblíbenosti domina sa zatiaľ nepodarilo odhaliť, disponujeme len intuitívnymi hypotézami o potenciálnych príčinách odmietania domina.

Zaujímavé zistenia sa objavili pri motíve domčeky, pri ktorých sa ukázala nejednoznačnosť toho, či ide o usporiadanie podľa počtu svetlých alebo tmavých okien. Niektoré deti usporiadali domčeky podľa počtu nezsvietených okien, čo spôsobilo problém pri spätnej väzbe. Na druhej strane je to vhodný moment pre didaktickú intervenciu. Druhá neočakávaná stratégia pri tomto motíve bola založená na usporiadaní na základe identifikovania istého vzoru rozsvietenia. Hoci sme domčeky považovali za motív s neusporiadanými prvkami, našiel sa riešiteľ, ktorý v rozsvietených oknách objavil vzor a pokúsil sa ich usporiadať podľa tohto vlastného vzoru – nesúvisiaceho s počtom. Jeho pravidlo zlyhalo len pri ukladaní posledného domčeka, ktorý nezodpovedal vzoru objavenému dieťaťom.

Hneď v úvode sme uvažovali o tom, že applet má zohľadňovať potreby, schopnosti a záujmy žiakov. V tomto kontexte môžeme konštatovať, že v jednom skúmanom prípade ani zdravotný handicap dieťaťa (postihnutie na pravej ruke) nemal žiaden vplyv na úspešnosť dieťaťa. Ovládanie appletu ľavou rukou bolo bezproblémové a pre dieťa absolútne prirodzené.

Pozorovania nepredpokladali zásah výskumníka alebo učiteľa, ale je pravdepodobné, že vhodná intervencia učiteľa posunie porozumenie relácie usporiadania na kvalitatívne vyššiu úroveň. Stratégie žiakov môže učiteľ usmerniť tým, že urobí čiastočné usporiadanie, tak aby dieťa muselo uplatniť charakteristické vlastnosti relácií. Navrhujeme v ďalšej časti výskumu v oblasti zdokonaľovania výučbových prostriedkov vytvoriť applet, ktorý obmedzí uplatnenie zaužívaných stratégií. Teda príprava a tvorba ďalšej intervencie bude založená na úlohe usporiadať vygenerované objekty podľa počtu tak, aby nebolo možné uplatniť len znalosť číselného radu bez schopnosti porovnať počty prvkov dvoch množín. V oblasti organizácie výskumu sa zameriame na vybrané kategórie získané z doterajšieho výskumu a tie budeme skúmať na vzorke zámerne vybraných, typologicky rôznych, žiakov.

5. Záver

Matematické edukačné applety „Usporiadanie podľa počtu“ sú vytvorené na základe dlhodobého skúmania problematiky tak, aby poskytli variabilitu typovo odlišných gradovaných úloh, ktoré navyše poskytujú možnosť didaktickej intervencie učiteľa. Výsledky majú aplikačný a empirický charakter. Identifikované stratégie žiakov pri riešení jednotlivých úloh boli po kvalitatívnej analýze rozdelené na často používané a originálne, avšak dôvody voľby detskej stratégie ešte vyžadujú ďalšie skúmanie.

Skúmanie schopnosti žiakov aplikovať reláciu usporiadania je zatiaľ vo fáze ukončenia dvoch cyklov DBR, počas ktorých sme sa snažili o validáciu prostredníctvom triangulácie metód. Výsledky sú aktuálne významné v oblasti zdokonaľovania appletov, najmä z hľadiska uplatňovania didaktických princípov. V oblasti preferencie stratégií žiakov pri usporiadaní objektov podľa počtu, originalitu riešenia úloh, funkčnosť a plynulosť technického ovládania appletov považujeme výsledky za čiastkové. Limitujúcimi faktormi zovšeobecnenia záverov boli dosiaľ nedokončené všetky

iteračné cykly a rozsahy výskumných súborov v rámci jednotlivých iterácií, ktorý si po ukončení tvorby intervencie vyžaduje aj rozsah súboru vhodný na kvalitatívno-kvantitatívne overenie. Ďalšie cykly výskumu budú zamerané na intervenčný potenciál appletu na rozvíjanie schopnosti usporiadať podľa počtu u detí s rôznymi schopnosťami, záujmami a potrebami.

PodĎakovanie: *Príspevok vznikol za podpory grantu APVV-15-0378, OPTIMAT.*

Literatura

ANDERSON, T., & SHATTUCK, J. (2012). Design-based research: A decade of progress in education research? *Educational Researcher*, 41(1), 16-25.

CLEMENTS, D. H & SARAMA, J. (2014). *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach*. New York, USA: Routledge.

DAVID, L. (2007). Design-Based Research Methods (DBR). In *Learning Theories*. Retrieved from <https://www.learning-theories.com/design-based-research-methods.html>

KALAŠ, I. (2009). Pedagogický výskum v informatike a informatizácii (2. časť). *Proceedings of conference DidInfo 2009*. Banská Bystrica: UMB. 15-25.

KAUFMAN, E. L., LORD, M. W., REESE, T. W., & VOLKMANN, J. (1949). The discrimination of visual number. *The American Journal of Psychology*, 62, 498-525.

PARTOVÁ, E. (1999). Význam relácií vo výchovnom programe materských škôl. *Cesty demokracie vo výchove a vzdelávaní 3*. Bratislava: Iuventa. 111-114.

PARTOVÁ, E. & ŽILKOVÁ, K. (2010). Rozvíjanie pojmu relácia v predškolskom veku prostriedkami IKT. *Matematika 4: Matematické vzdelávaní v kontextu proměn primární školy*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2010. 225-229.

PIAGET, J. & INHELDER, B. (2010). *Psychologie dítěte*. Prague, Czech Republik: Portál.

RANSCHBURG, J. (2014) *A világ megismerése óvodáskorban*. Budapest, Hungary: Saxum.

SAHASRABUDHE, S. S., MURTHY, S. & IYER, S. (2013). Design based research to create instructional design templates for learning objects. *New Frontiers in Education*, 46(1), 27-46.

ŠALÁT, T., HAVIAR, A., HECHT, T. & KATRIŇÁK, T. (1986). *Algebra a teoretická aritmetika (2)*. Bratislava: ALFA.

WEIGL. I. (1982). *Porovnávanie, usporadúvanie, priradovanie*. Bratislava, Slovakia: SPN.