K dovednosti žáků primární školy predikovat svou úspěšnost v řešení nestandardních úloh

Eva Nováková

Masarykova univerzita Brno

Pedagogická fakulta

1 Úvod

Je denně potvrzovanou skutečností, že před každou situací se člověk rozhoduje o svých aktivitách, činnostech a způsobech jejich realizace, které mu zajistí, aby dosáhl svého cíle. Právě tyto aktivity, vyžadující soustavné uplatňování posloupnosti myšlenek a akcí, nazýváme plánování. V teorii i praxi edukace zahrnuje plánování promyšlenou aktivitu žáka, který uvažuje o tom jak, kdy a proč určitý úkol, například řešení zadané úlohy, vykoná. Tato aktivita probíhá před situací a jejím výsledkem je uvážlivá sekvence kroků, která podle mínění žáka vede ke splnění cíle. Žáci, kteří umějí promýšlet své strategie učení a řešení úloh, disponují dobrým metakognitivním řízením vlastní činnosti. Při řešení úloh dochází k řadě kognitivních procesů, které je potřeba pro úspěšné vyřešení úlohy zvládnout. Při potížích s řešením úlohy přicházejí na řadu metakognitivní procesy - Fisher (1997) v této souvislosti mluví o „meta-žácích“, kteří přemýšlejí o svém myšlení, soustředí se na úkol, vědí, co dělat, když uváznou, a jsou v používání svých strategií úspěšní.

2 Teoretická východiska

2.1 Metakognice, predikce a matematika

Zgarbová (2011) komparací řady zahraničních výzkumů dospěla k závěru, že výzkumy metakognice u žáků primární školy zaznamenáváme jen zřídka, jejich výskyt není příliš rozpracovaný, i když někteří zahraniční autoři - Perry, Drummond (2002) nebo Larkinová (2000) - uvádějí, že již žáci mladšího školního věku mohou dosahovat určité úrovně metakognice, že dovedou plánovat, monitorovat i hodnotit své vlastní učení.

Obecně se predikcí rozumí předpověď či prognóza tvrzení o tom, co se stane nebo nestane v budoucnosti (Petráčková, Kraus a kol., 2000). Predikce je závislá na smýšlení žáka o vlastní zdatnosti. Žáci, kteří vnímají sami sebe jako kompetentní, jsou úspěšnější a dosahují lepších výsledků než ostatní (Collins, in Pajers, 2008). S rozvojem metakognice a autoregulace dochází u žáků k rozvoji jejich schopnosti odhadnout sebe sama, což se promítá i do jejich učebních výsledků. Žák si přirozeně vybere úkol, o kterém věří, že je v jeho schopnostech ho vyřešit, a vyhýbá se těm, které považuje za příliš náročné a podle jeho mínění či odhadu nad jeho síly. Někteří žáci mají ve škole problémy ne proto, že by nebyli schopni uspět, ale protože předpokládají, že budou neúspěšní. Naučili se vidět sami sebe jako neschopné zvládnout nároky učiva nebo nevidí jeho smysluplnost.

V důsledku toho jsou příčiny možného neúspěchu například v řešení matematických učebních úloh přisuzovány vlastnímu přesvědčení žáků a jejich neobjektivní predikci, i když tyto subjektivní odhady nejsou pravdivé.

V našem výzkumu jsme spojili obecnější problematiku metakognice, tedy „schopnosti uvažovat o vlastních procesech myšlení a způsobech, jak své myšlení zdokonalit“ (Sternberg 2002, s. 215) s řešením slovních matematických úloh, neboť se domníváme, že tato spojitost má své odborné ukotvení (Schoenfeld, 1992).

Matematika, stejně jako metakognice, je založena na myšlení. Matematika ve škole má - dosud zdaleka nevyužitý - potenciál zvýšit smysluplnost učení žáků a také vytvořit „matematickou kulturu“ (Kuřina a kol., 2009), která je metakognicí podporována. Schoenfeld (1992) věří, že „mikrokosmos matematické kultury“ povzbudí žáky v přemýšlení o matematice jako nedílné součásti svého každodenního života. Matematika začala v průběhu staletí zkoumat strukturu čísel, tvary, pohyb, změny, logiku, uvažování, náhodné jevy, polohy, podobnosti a neustále rozšiřuje sféry svého zájmu, hledá nové cesty a způsoby vyjadřování. Uvedené skutečnosti se promítají i v matematickém vzdělávání. Přesto se mnoho žáků necítí v hodinách matematiky dobře. Vzhledem k převládajícímu přesvědčení, že se matematika skládá ze zvládnutí vzorců a rutinního počítání, žáci a studenti nechápou, jaký pro ně může mít matematika smysl. Schoenfeld (1992) vidí vzájemné propojení matematiky a metakognice ve víře, intuici, poznání a sebeuvědomění. Metakognitivní procesy podle Schoenfelda (1992) zahrnují posouzení vlastních znalostí, plánování, výběr strategií, monitorování a hodnocení vlastního pokroku při řešení matematických úloh. Bohatá zásoba znalostí však ještě neznamená záruku úspěšného řešení, je potřeba zdůraznit i metakognitivní myšlení. Metakognice je tedy klíčová pro úspěšnost žáků a studentů, a to nejen ve škole. Pokud se žáci naučí přemýšlet o svém vlastním učení (plánovat, predikovat, monitorovat a vyhodnocovat postupy, které používají při svém učení), naučí se regulovat vlastní proces učení.

Jinými slovy vyjadřují uvedenou skutečnost Hejný a Kuřina (2001, s. 162): „Matematické vzdělávání bude užitečné a smysluplné, bude-li rozvíjet a pěstovat schopnost samostatného a kritického myšlení. Ačkoli matematika poskytuje k rozvíjení myšlení dost příležitostí, nejsou v současné praxi tyto možnosti vždy využívány.“ Hlavní, často konstatovaný nedostatek matematického vzdělávání je akcent na faktografii, na nácviky řešitelských procesů standardních úloh, opomíjení kognitivních a metakognitivních schopností žáků.

2.2 Učební úlohy a slovní matematické úlohy

Učební úloha jako významná kategorie pedagogiky je častým objektem teoretických, experimentálních i empirických studií. Obvykle se vymezuje jako každá situace, podněcující řešitele (žáka) k uvědomělé činnosti, která směřuje k dosažení stanoveného učebního cíle (Průcha, 2002). Můžeme tedy úlohu považovat za výzvu k činnosti. Matematická úloha je pak výzvou k matematické činnosti. Z hlediska žáka, řešitele úlohy, jde o širokou škálu všech učebních zadání, a to od úkolů vyžadujících pamětní reprodukci poznatků až po úkoly vyžadující tvořivé myšlení (Tollingerová, 1985).

Zvláštní postavení ve školské matematice mají slovní (námětové, textové, kontextové) učební úlohy. Obvykle jimi rozumíme úlohy z praxe, ve kterých je popsána určitá reálná situace přirozeným (nematematickým) jazykem, jež vyúsťuje v problém. Ten je možné řešit buď v realitě, nebo matematicky (Divíšek, 1989). Často diskutovaná "reálnost" situace, kterou slovní učební úloha popisuje, je reflektována v didaktické literatuře naší (Hejný, 1995, Novotná, 2002) i zahraniční. Často se zdůrazňuje (Siwek, 2005) význam analýzy formulace textu slovní učební úlohy. Efektivní četba textu úlohy s porozuměním se považuje za specifický způsob komunikace čtenáře, řešitele úlohy s úlohou a jejím autorem, vyžadující kognitivní úsilí. Podmínkou jsou lingvistické kompetence, čtenářská gramotnost řešitele. Orientace v textu, dovednost smysluplně číst a následné přetvoření matematického obsahu učební úlohy do vlastní myšlenkové konstrukce řešitele, je „conditio sine qua non“ úspěšného řešení tohoto typu matematických učebních úloh.

V našem výzkumu jsme věnovali pozornost řešení nestandardních (nerutinních, problémových) slovních úloh. Obvykle jimi označujeme úlohy, k jejichž řešení osvojené postupy a algoritmy nestačí, dosavadní zkušenost řešení takových úloh žákovi neumožňuje. Žák musí řešit reálný či matematický problém, hledat a objevovat metodu řešení. Postup úlohy není řešiteli znám, musí hledat a objevovat cestu k výsledku originálním způsobem. Mnozí autoři, například Kopka (2007), Novotná (2000), Fulier a Šedivý (2004), považují tyto nestandardní úlohy za zajímavější, i když obtížnější, než standardní rutinní úlohy. Při řešení takových úloh se metakognice podílí především na počáteční fázi (predikce), kdy žáci volí vhodné řešitelské strategie, a v konečné fázi (sebehodnocení), při které dochází k ověřování výsledků a výpočtů. Metakognitivní myšlení nedovolí žákům, aby slepě a bez rozmýšlení přistupovali k zadané úloze nebo ji pouze povrchně, bez náležitého porozumění, vypočítali (Desoete, 2001).

Využili jsme vybrané nestandardní úlohy ze soutěže Matematický klokan. Je to mezinárodní soutěž, koordinovaná centrem asociace „Kangourou sans frontières“ se sídlem v Paříži. Česká podoba úloh je překladem z anglické verze, každoročně vytvořené na Annual Kangaroo meetingu.[1] V roce 2015 se v České republice zúčastnilo soutěže v kategorii Cvrček určené pro žáky 2. a 3. ročníku ZŠ 102 346 účastníků, v kategorii Klokánek pro žáky 4. a 5. ročníku 96 763 účastníků.

Právě úlohy ze soutěže Matematický klokan jsou dobrým prostředkem pro využití především predikce, ale i sebehodnocení. Přispívá k tomu nejen charakter úloh, vyžadující často uplatnění heuristických postupů, také způsob hodnocení. Žák obdrží na začátku soutěže 24 bodů. Při každém nesprávném řešení 1 bod ztratí, při správném řešení získá příslušný počet bodů podle obtížnosti úloh (3, 4 nebo 5 bodů). Predikci tedy využívá v situaci, kdy si přečte zadání úlohy a vyhodnocuje, zda se pustí do jejího řešení či vyhodnotí úlohu jako příliš obtížnou, časově náročnou a pokračuje řešením jiné úlohy. Zároveň je doba vlastní soutěže časově limitována, proto musí zhodnotit, které úlohy si k řešení vybere. I sebehodnocení má v této soutěži své místo.

[1] Autorka příspěvku je garantem kategorií Cvrček (Pre-ecolèir) a Klokánek (Ecolièr) a autorkou české verze soutěžních úloh (podrobněji o soutěži na *www.math-ksf.org*, *www.matematickyklokan.net*).

Pokud žák vyřešil úlohu, rozhoduje se, zda je vyřešená správně a pokud si myslí, že ano, zaznamená svůj výsledek do záznamového archu. Jsme si vědomi, že tímto není postižena nejistota či váhání žáka nad správností svého řešení (asi jsem úlohu vyřešil správě, jistě jsem úlohu vyřešil správně). Ale i když úlohu vyřešil, má možnost výsledek nezaznamenat a v konečném důsledku ji tak vynechat.

3 Cíl, metoda výzkumu a použitý nástroj

Zaměřili jsme se na pokus o zjišťování reálné míry predikce žákova výkonu jako součásti procesu řešení nestandardních slovních matematických úloh.

Cílem výzkumu bylo zjistit, jaká je míra predikce žáků 4. a 5. ročníku ZŠ, a zda se liší podle jejich úspěšnosti řešení. Předpokládali jsme, že žáci, kteří budou v řešení úloh úspěšní, dosáhnou významně vyšší míry predikce než žáci neúspěšní.

Byly formulovány následující výzkumné otázky:

1. Jaká je úspěšnost řešení nestandardních slovních matematických úloh u žáků 4. a 5. ročníku základní školy?
2. Jaká je míra predikce žáků 4. a 5. ročníku základní školy při řešení nestandardních slovních matematických úloh?
3. Jak se liší míra úspěšnosti řešení nestandardních slovních matematických úloh žáků 4. a 5. ročníku základní školy v závislosti na různé míře predikce?

Proměnné výzkumného šetření:

- výkon žáka, který se projevuje mírou úspěšnosti řešení nestandardních slovních matematických úloh,

- reálná míra predikce žáků vztahující se k řešení nestandardních slovních matematických úloh, tj. porovnání mezi vnímanou osobní zdatností žáků a jejich skutečným výkonem.

Jako výzkumnou techniku jsme použili nestandardizovaný didaktický test vlastní produkce tvořený 10 úlohami, který zahrnoval také otázky zaměřené na zjištění míry predikce žáků. Úlohy ze soutěže Matematický klokan pro kategorii Klokánek (Ecolièr) z dřívějších ročníků soutěže byly upraveny do podoby otevřených testových položek. Každá z úloh má však jediné správné řešení. Jednotícím faktorem, který „zastřešoval“ rozmanitost obsahové stránky úloh (aritmetické výpočty, představa zlomku jako části celku, úlohy vyžadující prostorovou představivost aj.) i způsobu jejich prezentace, byl nestandardní charakter slovních úloh. Test byl shodný pro žáky 4. a 5. ročníků základních škol ve věku 9 - 11 let.

Autentická podoba matematického testu pro žáky:

Test obsahuje 10 nestandardních matematických úloh z minulých ročníků soutěže Matematický klokan. Zjišťuje, jestli dokážeš tyto úlohy vyřešit. Prosím o vyplnění podle postupu:

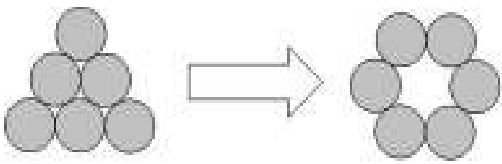
1. *V testu najdeš zadání matematických úloh. Přečti si postupně všechny úlohy od 1 až po 10, ale zatím je nezkoušej řešit.*
2. *Zkus odhadnout, jak dokážeš každou úlohu vyřešit. Zakřížkuj u každé úlohy tvoji předpověď. Postupuj od úlohy 1 až po úlohu 10.*
3. *Nyní zkus postupně všechny úlohy vyřešit. Pod zadání každé úlohy*

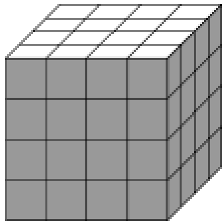
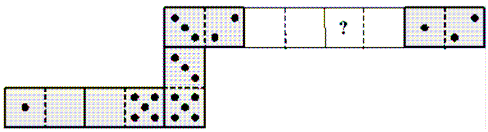
napiš své řešení.

Můžeš si vzít prázdný papír na pomocné výpočty.

Předpověď	Zadání úlohy a její řešení
Úloha 1- před vyřešením □ vím jistě, že úlohu vyřeším správně □ asi úlohu vyřeším správně □ asi úlohu nevyřeším správně □ vím jistě, že úlohu nevyřeším správně	Soňa čtyřikrát hodila hrací kostkou. Celkový počet hozených bodů byl 23. Kolikrát padla šestka? Řešení:
Úloha 2 - před vyřešením □ vím jistě, že úlohu vyřeším správně □ asi úlohu vyřeším správně □ asi úlohu nevyřeším správně □ vím jistě, že úlohu nevyřeším správně	Tři veverky Zrzečka, Rozárka a Pizizubka nasbíraly 7 ořechů. Každá z nich nasbírala jiný počet ořechů, ale každá našla aspoň jeden. Zrzečka nasbírala nejméně ořechů a Rozárka nejvíce. Kolik ořechů našla Pizizubka? Řešení:
Úloha 3 - před	Vyučovací hodina matematiky začala v 11:50 a trvá

vyřešením □ vím jistě, že úlohu vyřeším správně □ asi úlohu vyřeším správně □ asi úlohu nevyřeším správně □ vím jistě, že úlohu nevyřeším správně	čtyřicet minut. Přesně v polovině vyučovací hodiny vletěl do třídy pták. V kolik hodin to bylo? Řešení:
Úloha 4- před vyřešením □ vím jistě, že úlohu vyřeším správně □ asi úlohu vyřeším správně □ asi úlohu nevyřeším správně □ vím jistě, že úlohu nevyřeším správně	Janek, Petr a Lukáš hrají hru. Janek násobí třemi, Petr přičítá 2 a Lukáš odčítá jednu. V jakém pořadí kluci počítali, když se od čísla 3 dostali k číslu 14? Řešení:
Úloha 5- před vyřešením □ vím jistě, že úlohu vyřeším správně □ asi úlohu vyřeším správně □ asi úlohu	Na oslavě byl každý ze dvou stejných dortů rozdělen na 4 stejné části. Poté byla každá část ještě rozdělena na 3 stejné dílky. Takový dílek dostal každý z účastníků oslavy a 3 dílky ještě zbyly. Kolik lidí bylo na oslavě? Řešení:

nevyřeším správně □ vím jistě, že úlohu nevyřeším správně	
Úloha 6 - před vyřešením □ vím jistě, že úlohu vyřeším správně □ asi úlohu vyřeším správně □ asi úlohu nevyřeším správně □ vím jistě, že úlohu nevyřeším správně	Karel položil 6 stejných mincí do tvaru trojúhelníka (jako na obrázku vlevo). Jaký nejmenší počet mincí musel přemístit, aby mince tvořily kruh jako na druhém obrázku?  Řešení:
Úloha 7- před vyřešením □ vím jistě, že úlohu vyřeším správně □ asi úlohu vyřeším správně □ asi úlohu nevyřeším správně □ vím jistě, že úlohu nevyřeším správně	Toník, Kája, Cyril, Zdenda, Eda a František házeli kostkou. Každému z nich padlo jiné číslo. Toníkovo číslo je dvakrát větší než Kájovo, Toníkovo číslo je třikrát větší než Cyrilovo, Zdendovo číslo je čtyřikrát větší než Edovo. Kolik hodil František? Řešení:
Úloha 8 - před vyřešením	Velká krychle (podívej se na obrázek) byla sestavena ze 64 malých stejně velkých bílých krychliček.

☐ vím jistě, že úlohu vyřeším správně ☐ asi úlohu vyřeším správně ☐ asi úlohu nevyřeším správně ☐ vím jistě, že úlohu nevyřeším správně	Tomáš natřel 5 stěn velké krychle zelenou barvou. Kolik malých krychliček má 3 stěny zelené?  Řešení:
Úloha 9 - před vyřešením ☐ vím jistě, že úlohu vyřeším správně ☐ asi úlohu vyřeším správně ☐ asi úlohu nevyřeším správně ☐ vím jistě, že úlohu nevyřeším správně	Franta sestavil „hada“ ze 7 dílků domina. Přiložil vedle sebe vždy dílky se stejným počtem teček. Na všech dílcích hada bylo celkem 33 teček. Jeho bratr Jirka odstranil dva dílky (podívej se na obrázek). Kolik teček bylo původně na místě označeném otazníkem?  Řešení:
Úloha 10 - před vyřešením ☐ vím jistě, že úlohu vyřeším	Jirka zapsal dvě čísla pomocí číslic 1, 2, 3, 4, 5, 6. Obě zapsaná čísla jsou trojciferná a každou z čísli použil právě jednou. Nakonec obě čísla sečetl. Urči největší možný součet.

správně ☐ asi úlohu vyřeším správně ☐ asi úlohu nevyřeším správně ☐ vím jistě, že úlohu nevyřeším správně	Řešení:

Správné řešení bylo hodnoceno 2 body, nesprávné nebo chybějící 0 bodem. Každý respondent mohl získat za řešení úloh 20 bodů. Podle úspěšnosti řešení jsme řešitele rozdělili na úspěšné se ziskem 20 až 10 bodů a neúspěšné (9 až 0).

Při vyhodnocování míry predikce jsme nebrali v úvahu souhrnnou hodnotu, kterou žáci zakřížkovali na škále (tj. jejich subjektivně vnímanou hodnotu), ale skutečnou míru jejich predikce, tzn., že jsme jejich vnímanou míru srovnali s jejich skutečným výkonem při řešení testových úloh (v každé úloze zvlášť). Predikoval-li například respondent, že úlohu jistě vyřeší správně a skutečně ji správně vyřešil, byl hodnocen 2 body. Jestliže si nebyl jistý, ale předpokládal, že úlohu správně vyřeší a vyřešil ji správně, získal 1 bod. Pokud si byl jistý, že úlohu vyřeší správně a nevyřešil ji, nezískal žádný bod. Vztah mezi předpovědí žáka a skutečnou úspěšností řešení úlohy (bodové hodnocení míry predikce) je zachycen v tabulce:

Tab.: Vztah mezi předpovědí žáka a úspěšností řešení úlohy

předpověď (predikce) žáka	**úspěšnost řešení úlohy**	
	vyřešil správně	nevyřešil správně nebo neřešil
vím jistě, že úlohu vyřeším správně	2	0
asi úlohu vyřeším správně	1	0
asi úlohu nevyřeším správně	0	1
vím jistě, že úlohu nevyřeším správně	0	2

Šetření bylo realizováno na vzorku 204 žáků 16 základních škol ve čtyřech moravských krajích v listopadu 2014. Výzkumný vzorek tvořilo 54 žáků ve věku 9 let (26,9 %), 109 žáků ve věku 10 let (53,4 %) a 41 žáků ve věku 11 let (20,1 %). Získaná data jsme zpracovali v intencích kvantitativního metodologického přístupu. V tomto článku uvádíme pouze vybrané souhrnné přehledné výsledky, které se pokoušíme stručně komentovat a interpretovat.

4 Zjištěné výsledky a diskuse

4.1 Celková úspěšnost řešení úloh

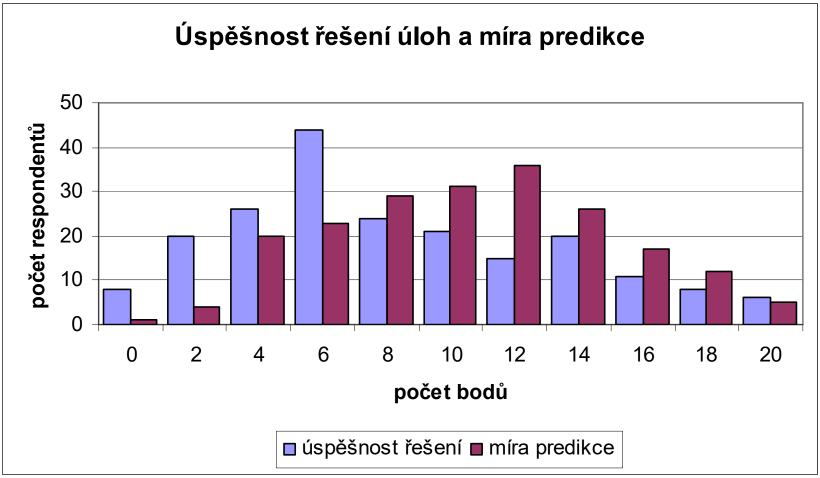
V našem šetření byla zjištěna nízká úroveň úspěšnosti řešení nestandardních slovních úloh - průměrná úspěšnost 8,39 bodu (tj. 4 úspěšně vyřešené úlohy z 10). Pouze 6 řešitelů (2,94 %) vyřešilo správně všech 10 úloh, 9 řešitelů (4,41 %) nevyřešilo správně žádnou úlohu. Uvedené zjištění je podle našeho názoru alarmující, i když do určité míry očekávané. Jednu z příčin uvedeného stavu spatřujeme v tom, že úlohy v testu nemají charakter typických "školských" úloh, které jsou standardně řešeny ve výuce matematiky a na které jsou žáci zvyklí. Předpokladem dosažení správného výsledku bylo porozumění slovně formulovanému zadání v otevřených testových úlohách. Z analýzy řešení jednotlivých žáků, jejíž interpretace však přesahuje zaměření tohoto článku, je zřejmé, že právě tento požadavek a předpoklad nebyl řadou respondentů výzkumu naplněn. Správné řešení není založeno na rutinním výpočtu, vyžaduje spíše vhled do úlohové situace, uplatnění matematických schopností. Výsledky nás vedou k potvrzení názoru, reflektujícímu dosavadní zkušenosti z edukační praxe primární školy - že řešení nestandardních (problémových) úloh nepatří mezi běžné a často frekventované aktivity v matematickém vyučování. A to přesto, že stávající kurikulární dokumenty - Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání - ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace obsahuje samostatný tematický okruh "Nestandardní aplikační úlohy a problémy". Dále je učitelům k dispozici široká, značně diverzifikovaná nabídka ucelených učebnicových řad nejen v tištěné, ale i elektronické podobě a internetových metodických portálů. Jak vyplývá z některých zahraničních výzkumů (Swoboda, 2014), má ovšem zjištění našeho výzkumného šetření obecnější platnost a není typické pouze pro české školství.

4.2 Míra predikce a její vztah k úspěšnosti řešení úloh

Když se podíváme na míru predikce na vzorku všech respondentů, zjišťujeme, že dosahují poměrně nízkého skóre. Celková úroveň predikce dosahovala průměrné hodnoty 8,04 bodu z celkového počtu 20 bodů. Zjištěné výsledky nás vedou k závěru, že také vzhledem k tomu, že se jednalo o reálnou míru predikce, tj. srovnání se skutečným výkonem, mají žáci v tomto směru velké rezervy. Zdají se nepřímo potvrzovat, že výuka v současné primární škole se příliš nezaměřuje na rozvoj kognitivních a metakognitivních procesů, na to, jak učit žáky myslet a učit se, přestože plánování, monitorování a sebehodnocení může mít značný vliv na úspěšnost žáka ve škole.

Mezi úspěšnými řešiteli (10 a více získaných bodů) byly zjištěny průměrné hodnoty výkonu 13,80 a predikce 9,16, mezi neúspěšnými řešiteli byly dosaženy průměrné hodnoty podstatně nižší: výkon 4,92, predikce 7,23. Úspěšní řešitelé dosahovali významně vyšší úrovně míry predikce než žáci v řešení úloh neúspěšní. Usuzujeme, že žáci v matematice úspěšní, kteří disponují vyšší úrovní matematických schopností a prokazují to výsledky řešení nestandardních úloh, jsou rovněž schopni objektivněji predikovat svůj výkon. Vztah mezi predikcí a jejich úspěšnosti při řešení úloh je zřejmý z grafu:

Graf: Vztah mezi mírou predikce a úspěšností řešení úloh v celém souboru:



5 Závěr

V článku jsme se pokusili využít analýzy řešení nestandardních/nerutinních slovních úloh žáky primární školy k pokusu o jeden z možných pohledů na zjišťování úrovně „off-line" metakognice (míry predikce). Výzkum, jehož některé závěry stručně uvádíme, přinesl řadu zajímavých podnětů, které podle našeho mínění nejsou dosud v české edukační realitě v dostatečné míře reflektovány a otevírají značný prostor dalším badatelským aktivitám. Mimo rámec tohoto článku zůstala detailní mikroanalýza strategií řešitelských postupů jednotlivých respondentů, kauzální analýza chybných řešení úloh, rozdíly ve výsledcích vzhledem k věku respondentů, které byly rovněž ve výzkumném šetření sledovány. Neanalyzovali jsme vliv dalších potencionálních proměnných, které mohly intervenovat do úspěšnosti řešení úloh i do míry predikce (pohlaví, prospěch z matematiky, obliba předmětu, charakter úlohy aj.). Uvedené náměty by bylo třeba posoudit v dalších výzkumech.

Charakter naší sondy ani rozsah souboru respondentů neopravňují k jednoznačným kategorickým soudům. Přesto však uvedená zjištění lze podle našeho názoru považovat přinejmenším za podnět k zamyšlení a inspiraci nejen pro učitele primárních škol.

Literatura

Desoete, A., Royers, H., Buysse, A. (2001) Metacognition and Mathematical Problem Solving in Grade 3. *Journal of Learning Disabilities,* Vol. 34, No. 5, pp. 435-449.

Divíšek, J. a kol. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ.* Praha: SPN,1989. 269 s.

Fisher, R. (1997) *Učíme děti myslet a učit se.* Praha: Portál.

Fulier, J., Šedivý, O. (2004) *Motivácia a tvorivosť vo vyučovaní matematiky*. Nitra: Univerzita Konštantína Filozofa.

Hejný, M. (1995) Zmocňování se slovní úlohy. *Pedagogika*, roč. 45, č. 4, s. 386 - 399.

Hejný, M., Kuřina, F. (2001) *Dítě, škola a matematika*. Praha: Portál.

Kopka, J. (2007) *Výzkumný přístup při výuce matematiky.* Ústí n.L.: UPEP

Kubátová, E. (2005) Učební úlohy ze soutěže Matematický klokan a jejich řešení žákem primární školy. *Disertační práce*. Olomouc: Univerzita Palackého, Fakulta pedagogická.

Kuřina, F. a kol.: (2009) *Matematika a porozumění světu*. Praha: Academia.

Larkin, S. (2000) How Can We Discern Metacognition in Year One Children From Interactions Between Students and Teacher. Paper Presented at *ESRC Teaching and Learning Research Programme Conference*,
9 November 2000. [cit.15.1.2015]. Dostupné z
http://www.tlrp.org/pub/acadpub/Larkin2000.pdf
Novotná, J. (2000) *Analýza řešení slovních úloh.* Praha: Univerzita Karlova.

Pajers, F. (2008) Motivational Role of Self-Efficacy Beliefs in Self-Regulated Learning. In ZIMMERMAN, B. J., SCHUNK, D. H. (Eds.) *Motivation and Self-Regulated Learning: Theory, Research, and Applications.* New York, London: Routledge, p. 111-139.

Perry, N., E., Drummond, L. (2002) Helping young students become self-regulated researchers and writers. *The Reading Teacher*, Vol. 56, No. 3, pp.. 298-310.

Petráčková, V., Kraus, J. a kol. (2000) *Akademický slovník cizích slov A-Ž.* Praha: Academia.

Průcha, J. (2002) *Moderní pedagogika*. Praha: Portál.

Schoenfeld, A. H. In D. Grouws (Ed.). (1992) Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. 1992. *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan. [cit. 15.1.2015]. Dostupné http://gse.berkeley.edu/faculty/AHSchoenfeld/Schoenfeld_MathThinking.pdf

Siwek, H. (2005) *Dydaktyka matematyki. Teoria i zastosowania v matematyce szkolnej*. Warszawa: WSiP.

Sternberg, R. J. (2001) *Kognitivní psychologie.* Praha: Portál.

Swoboda, E. (2014) Ability of building an individual strategy by 8-9 year old students while solving non-typical mathematical tasks. In: *(EME 2014). Acta Univ. Palack. Olomucensis, Fac. Paed., Mathematica VII, Matematika* . Uhlířová, M. (ed.) Olomouc: UP.

Tollingerová, D. (1986) K teorii učebních činností a jejich projektování. *Acta Univ. Palack. Olom. Fac. Phil. Paedagogica - Psychologica* 23. Olomouc.

Zgarbová, P. (2011) Metakognice jako součást procesu řešení matematických slovních úloh žáků mladšího školního věku. *Disertační práce.* Brno: Masarykova univerzita, Fakulta pedagogická.