Úspěšnost žáků na počátku sekundárního vzdělávání při řešení geometrických úloh ze soutěže matematický klokan

David Nocar, Tomáš Zdráhal

Katedra matematiky, Pedagogická fakulta, Univerzita Palackého v Olomouci

Úvod

V článku se zabýváme zajímavými geometrickými úlohami ze soutěže Matematický klokana jejich řešení žáky po absolvování 1. stupně základní školy. Geometrické úlohy jsme zvolili především proto, že žáci na základních školách nemají geometrii příliš v oblibě, ovšem příklady z matematické soutěže Matematický klokan jsou pojaty zajímavější formou, je tedy šance, že geometrie může nadchnout i žáky, pro které není tato disciplína v běžné výuce matematiky příliš atraktivní.V rámci šetření jsme se zaměřili na žáky 6. třídy, kterým odpovídá v soutěži Matematický klokan kategorie Benjamín. U této věkové kategorie jsme chtěli ověřit schopnost žáků řešit geometrické úlohy na počátku sekundárního vzdělávání, tj. po absolvování 1. stupně základní školy.

Výzkumné šetření bylo realizováno pomocí testů, které byly vytvořeny z vybraných geometrických úloh předchozích ročníků soutěže Matematický klokan tak, aby jej žáci byli schopni vyřešit za jednu vyučovací hodinu, tj. 45 min. Test byl realizován v souladu s pravidly soutěže Matematický klokan. Na začátku získávají všichni žáci určitý počet bodů tak, aby se nedostali do záporného počtu získaných bodů. Za špatnou odpověď se odečítá jeden bod, pokud úlohu neřeší, neztrácejí žádný bod.

Jako zajímavá se jevila i možnost srovnání výsledků ve třídách s různě realizovanou výukou. Základní škola Horka nad Moravou je zatím jedinou školou na Olomoucku, kde na prvním stupni probíhá vedle klasické výuky i výuka metodou Montessori. Nabízí se tak možnost srovnat úspěšnost žáků vyučovaných touto alternativní metodou a žáků vyučovaných klasickou metodou výuky matematiky.

1 Soutěž Matematický klokan

Soutěž vznikla v Austrálii na počátku 80. let, kdy australský matematik Peter O´ Halloran přišel s nápadem uspořádat nový druh matematické soutěže. Jeho cílem bylo ukázat dětem, že matematika může být i zajímavá a zábavná. Tento matematik se snažil o vytvoření soutěže, která není určená jen pro nejtalentovanější žáky, ale pro všechny. Tato soutěž obsahuje především netradiční úlohy logického charakteru. Základním stavebním prvkem byl didaktický test s výběrem odpovědí. Na testové otázky bylo možno odpovídat v daném časovém limitu pomocí počítače připojeného k internetu, což umožňovalo v daném termínu zapojení tisíců žáků z celé Austrálie.

V Evropě se tento typ soutěže konal poprvé ve Francii, kde skupina francouzských matematiků, především André Deledicq, profesor matematiky na univerzitě v Paříži, a Jean-Pierre Boudine, profesor matematiky na Marseille, uspořádala v roce 1991 soutěž, kterou nazvali „Kangaroo“ a jejímž symbolem se stal právě australský klokan. Za tuto soutěž dostali oba matematikové cenu *d'Alembert prize* Mathematical Society of France. Oceněna byla možnost výběru z více odpovědí, což bylo v té době pro oblast matematiky ve Francii neobvyklé. V následujících letech se Matematický klokan rozšířil do dalších zemí Evropy. V roce 1993 vznikla mezinárodní asociace Klokan bez hranic (*Association Kangourousans Frontières*) se sídlem v Paříži. Do roku 2018 již získalo členství 84 zemí.

V České republice se poprvé pořádala soutěž Matematický klokan v roce 1995.

Další informace k historii soutěže Matematický klokan viz (Vaněk, Calábek, Nocar; 2018), informace o principu realizace soutěže a dosažitelných bodových ohodnoceních viz (Švrček; 2001), analýzy úloh a jejich řešení žáky primární školy viz (Nováková; 2016), sbírka úloh s řešením z kategorie Benjamín viz (Uhlířová, 2007), vysvětlené postupy řešení úloh vycházející ze soutěže Matematický klokan viz (Molnár, 2016) a veškeré organizační informace a podklady k realizaci soutěže Matematický klokan v ČR viz webové stránky soutěže (http://matematickyklokan.net).

2 Výzkumné šetření

V rámci této modifikované geometrické verze Matematického klokana bylo otestováno 48 žáků 6. tříd ZŠ Horka nad Moravou (27 žáků 6. A, 21 žáků 6. B.). Žáci 6. B absolvovali 1. stupeň ZŠ metodou Montessori. Výsledky byly zpracovány podobnou metodou jako při soutěži Matematický klokan.

Testování proběhlo formou modifikované soutěže Matematický klokan dle testů sestavených z vybraných geometrických úloh předchozích ročníků uvedené soutěže. Jednalo se tedy o vybrané geometrické úlohy z kategorie Benjamín ze soutěže Matematický klokan. Pravidla byla zachována tak, aby odpovídala běžným pravidlům soutěže, pouze byl upraven počet úloh, aby byli žáci schopni test vyřešit v rámci jedné vyučovací hodiny a pro standardní využití výsledků testu ve škole byly pro větší objektivitu a eliminaci možnosti opisování připraveny dvě verze testu (A a B). Maximální možný počet dosažených bodů byl 90, kde je již připočítáno počátečních 18 bodů, které získal každý žák na začátku testu. Za špatnou odpověď se odečítal 1 bod, za nezodpovězenou otázku se žádný bod neodečítal. Na vyřešení testu měli žáci 45minut.

Z předchozích ročníků soutěže Matematický klokan byly dle příslušných úrovní obtížnosti vybrány úlohy z kategorie Benjamín v takovém počtu, aby mohly být sestaveny dva stejně obtížné testy (pro každý test 6 úloh za 3 body, 6 úloh za 4 body a 6 úloh za 5 bodů). Celkem tedy bylo použito pro obě varianty testů 36 úloh.

Výsledky testů

Test absolvovalo v rámci výzkumného šetření 48 žáků (27 žáků 6. A, 21 žáků 6. B.).

2.1.1 *Výsledky žáků ve třídě 6. A*

Tab. 1 znázorňuje bodové zisky a pořadí žáků třídy 6. A

pořadí	**body**	**verze**	**pořadí**	**body**	**verze**
1.	50	B	**9.**	36	B
1.	50	B	**10.**	35	A
2.	47	B	**10.**	35	A
3.	42	B	**10.**	35	B
4.	41	A	**10.**	35	B
4.	41	B	**11.**	31	A
5.	40	A	**12.**	30	B
5.	40	B	**13.**	26	A
6.	39	A	**13.**	26	B
7.	38	A	**14.**	24	A
7.	38	A	**15.**	23	A

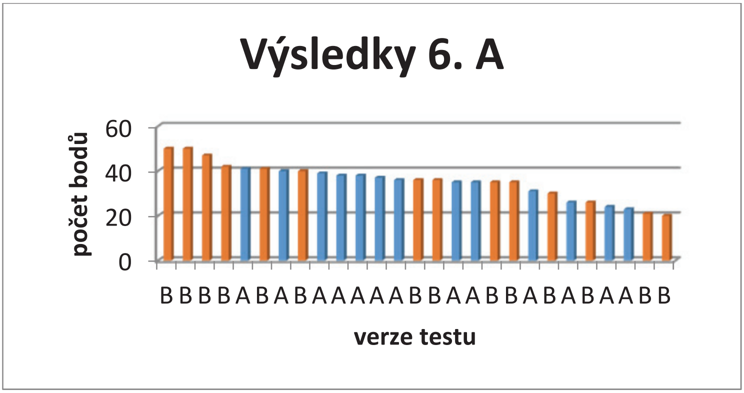
8.	37	A	**16.**	21	B
9.	36	A	**17.**	20	B
9.	36	B			

Průměrný počet bodů	**35,26**
Modus	35
Medián	36
Maximální počet dosažených bodů	50
Minimální počet dosažených bodů	20

průměr verze A: 34,077

průměr verze B: 36,357

V této třídě se účastnilo testu 27 žáků. 13 žáků řešilo verzi A a 14 žáků řešilo verzi B. Maximální počet dosažených bodů byl50 a získali jej 2 žáci. Nejnižší počet bodů byl 20 a získal jej 1 žák. Průměrně se třída pohybovala kolem 35 bodů. Nejvíce frekventovaným se stal počet 35 bodů, kterého dosáhli 4 žáci.



Graf 1. *Grafické znázornění výsledků třídy 6. A*

Z grafu výše se může zdát, že verze testu za B byla pro žáky snadnější, jelikož nejlepších bodových výsledků dosáhli žáci právě z této varianty testu a také průměrný bodový zisk u této verze je o něco vyšší.Ovšem nejnižšího počtu bodů dosáhli rovněž žáci řešící verzi B, a to 20 bodů. Nejlepšího bodového zisku u verze A bylo dosaženo 41. Porovnání obtížnosti obou variant testu je provedeno v kap. 2.1.3.

2.1.2 *Výsledky žáků ve třídě 6. B*

Tab. 2 *znázorňuje bodové zisky a pořadí žáků třídy 6. B*

pořadí	**body**	**verze**	**pořadí**	**body**	**verze**
1.	72	B	**11.**	37	A
2.	63	B	**12.**	35	B
3.	57	B	**13.**	34	A

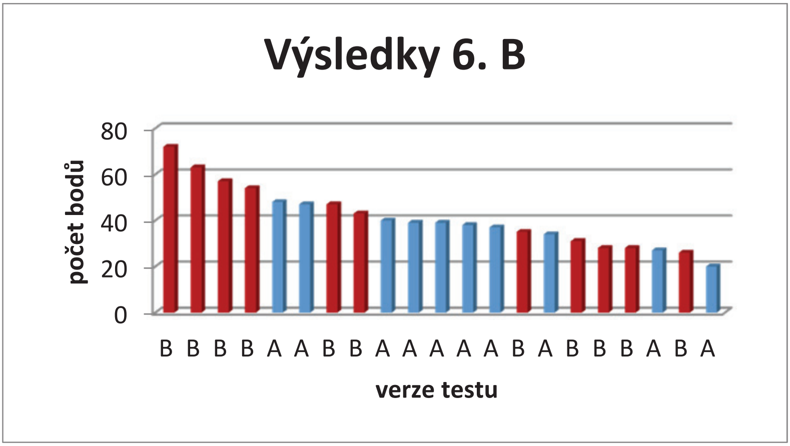
4.	54	B	**14.**	31	B
5.	48	A	**15.**	28	B
6.	47	A	**15.**	28	B
6.	47	B	**16.**	27	A
7.	43	B	**17.**	26	B
8.	40	A	**18.**	20	A
9.	39	A			
9.	39	A			
10.	38	A			

Průměrný počet bodů	**40,62**
Modus	47
Medián	39
Maximální počet dosažených bodů	72
Minimální počet dosažených bodů	20

průměr verze A: 36,900

průměr verze B: 41,455

Ve třídě 6. B se testu zúčastnilo 21 žáků. 10 žáků řešilo verzi A a 11 žáků řešilo verzi B. Z tabulky lze vyčíst, že nejvyšší počet bodů byl 72 a to u verze B, dosáhl jej jeden žák. V této třídě byl zároveň dosažen nejlepší bodový zisk z obou tříd. Průměrný bodový zisk byl v této třídě 40,62. Nejnižší dosažený počet bodů byl 20 a to u verze A.



Graf 2. *Grafické znázornění výsledků třídy 6. B*

2.1.3 *Srovnání úspěšnosti žáků 6. A a 6. B*

Tab. 3 *znázorňuje bodové zisky všech žáků obou zúčastněných tříd*

pořadí	**body**	**verze**	**pořadí**	**body**	**verze**	**pořadí**	**body**	**verze**
1.	72	B	**13.**	38	A	**24.**	23	A
2.	63	B	**14.**	37	A	**25.**	21	B
3.	57	B	**14.**	37	A	**26.**	20	B
4.	54	B	**15.**	36	A	**26.**	20	A

5.	50	B	**15.**	36	B
5.	50	B	**15.**	36	B
6.	48	A	**16.**	35	A
7.	47	B	**16.**	35	A
7.	47	A	**16.**	35	B
7.	47	B	**16.**	35	B
8.	43	B	**16.**	35	B
9.	42	B	**17.**	34	A
10.	41	A	**18.**	31	A
10.	41	B	**18.**	31	B
11.	40	A	**19.**	30	B
11.	40	B	**20.**	28	B
11.	40	A	**20.**	28	B
12.	39	A	**21.**	27	A
12.	39	A	**22.**	26	A
12.	39	A	**22.**	26	B
13.	38	A	**22.**	26	B
13.	38	A	**23.**	24	A

Průměrný počet bodů	**37,60417**
Modus	35
Medián	37
Maximální počet dosažených bodů	72
Minimální počet dosažených bodů	20
Rozptyl	113,41
Směrodatná odchylka	10,65

celkový průměr verze A: 35,3

celkový průměr verze B: 39,72

Celkem se výzkumného šetření zúčastnilo za obě třídy 48 žáků. Nejlepší dosažený výsledek byl 72 bodů z maximálního počtu 90 bodů, nejnižší dosažený počet bodů byl 20. Průměrný počet získaných bodů všech testovaných žáků byl 37,6. Průměrný bodový zisk žáků řešících test verze A byl 35,3 bodů a průměrný bodový zisk žáků řešících test verze B byl 39,72 bodů. Výběr úloh byl sice v rámci dané kategorie z úloh stejné obtížnosti, ale stanovení příslušné obtížnosti je subjektivní a bez předchozího otestování nelze jednoznačně stejnou obtížnost zajistit. Dle získaných průměrů lze i bez statistického zpracování předpokládat, že verze testu A mohla být obtížnější.

Protože v obou třídách byly výsledky testu verze A horší než výsledky testu verze B, naskytla se otázka, zda náš výzkum nemohl být touto skutečností ovlivněn. Otestovali jsme tedy na hladině významnosti 0,05 následující nulovou hypotézu H_0

H_0: Průměrný počet bodů získaných vypracováním testu verze A je roven průměrnému počtu bodů získaných vypracováním testu verze B proti alternativní hypotéze H_1

H_1: Průměrné počty bodů získaných vypracováním testu verze A a testu verze B se nerovnají.

Použili jsme jednofaktorovou ANOVU v MS Excel a dostali následující výsledek:

Anova: jeden faktor

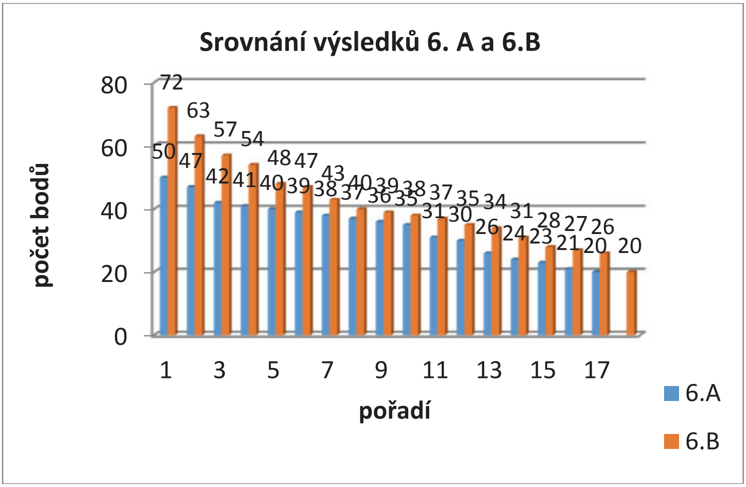
Faktor

Výběr	*Počet*	*Součet*	*Průměr*	*Rozptyl*
Verze A	23	812	35,30435	51,49407
Verze B	25	993	39,72	169,8767

ANOVA

Zdroj variability	*SS*	*Rozdíl*	*MS*	*F*	*Hodnota P*	*F krit*
Mezivýběry	233,5696	1	233,5696	2,062263	0,157752	4,051749
Všechnyvýběry	5209,91	46	113,2589			
Celkem	5443,479	47				

Protože *P*-hodnota = 0,158 není menší než 0,05, nelze nulovou hypotézu zamítnout, tj. nelze tvrdit, že by obtížnost obou verzí testu byla rozdílná.



Graf 2. *Grafické srovnání výsledků tříd 6. A a 6. B*

Graf znázorňujeúspěšnostvšech testovaných žákůz obou šestých tříd. Z grafu je patrné, že lepších výsledků dosáhla třída 6. B. Toto tvrzení, zdali je rozdíl statisticky významný či nikoliv, bychom mohli opět ověřit statistickou metodou, přesto výsledek ponecháváme bez statistického ověření. U nejvyšších bodových zisků jsou u třídy 6. B hodnoty v histogramu četností cca o 40 % vyšší než u třídy 6. A., dále se již rozdíl snižuje. Průměrný bodový zisk žáků 6. B byl přibližně 40,62 a u žáků 6. A byl 35,26. Významnost tohoto rozdílu by mělo smysl testovat, pokud bychom věděli, že na počátku primárního vzdělávání byla stejná vstupní úroveň žáků obou tříd. Tuto informaci nemáme, proto bychom stejně nemohli ze získaných dat udělat závěr, jestli pokud by byl statisticky významný rozdíl v jejich výkonu, jestli byl ovlivněn odlišnou metodou výuky v rámci primárního vzdělávání.

Závěr

Jaký byl cíl testování žáků ZŠ Horka nad Moravou a jaký je cíl předkládaného článku? V článku byla prezentována úspěšnost řešení geometrických úloh ze soutěže Matematický klokan žáky ZŠ Horka nad Moravou po absolvování 1. stupně základní školy. Zaměření na geometrické úlohy bylo dáno především z toho důvodu, že tato část matematiky bývá pro žáky na základních školách náročnější a tudíž méně oblíbená, proto nás zajímala úspěšnost řešení právě úloh z této části matematiky a také jsme chtěli žákům ukázat, že úlohy tohoto typu mohou být pěkné a zajímavé.Cílem bylo tedy žáky motivovat pro geometrii a právě úlohy z této soutěže by pro žáky mohly být zajímavější, atraktivnější a mohly by je nadchnout pro tuto část matematiky. Vybrány byly 6. třídy proto, aby se ověřila schopnost žáků řešit geometrické úlohy po prvním stupni základní školy ještě před tím, než naváží dalším učivem z geometrie druhého stupně. Zajímavé bývá sledovat vývoj mezi jednotlivými stupni vzdělávání, v tomto případě mezi primárním a nižším sekundárním vzděláváním, ale zajímavé je i srovnání výsledků ve třídách s různě realizovanou výukou. Uvedená škola je zatím jedinou školou na Olomoucku, kde na prvním stupni probíhá vedle klasické výuky i výuka metodou Montessori. Dalším cílem článku bylo poukázat na soutěž Matematický klokan, neboť v mezinárodním měřítku se jedná o jednu z nejznámějších matematických soutěží, ale povědomí o této soutěži v ČR bývá velmi často zkreslené a většina účastníků této soutěže nemá ani ponětí o jejím rozsahu a mezinárodním přesahu až do celosvětového měřítka. Podrobné informace získá čtenář ze zdrojů, na které se v příslušné kapitole odkazuje. Učitelům chceme zase ukázat, že soutěž Matematický klokan pro ně nemusí představovat jen jednorázovou akci v roce, ale kdykoliv mohou využít úloh z této soutěže ve své výuce, neboť úlohy z předchozích ročníků jsou všem online k dispozici na webu soutěže. Aktuálně je k dispozici zadání úloh z posledních čtrnácti ročníků (od roku 2004), což již představuje velmi rozsáhlou databázi zajímavých úloh pro základní i střední školu.

Seznam použité literatury

Matematický klokan ČR. [online]. Olomouc ©2018. Dostupné z http://matematickyklokan.net.

Molnár, J. *Matematika 6*. Olomouc: Prodos, 2016. ISBN: 80-85806-98-3.

Nováková, E. *Analýza úloh ze soutěže Matematický klokan a jejich řešení žáky primární školy*. Brno: MU, 2016. ISBN: 978-80-210-8482-7.

Švrček, J. Bodové zisky v Matematickém klokanovi. *Rozhledy matematicko – fyzikální 78(3)*. Praha: JČMF, 2001. ISSN 0035-9343.

Uhlířová, M. *Počítejte s Klokanem – "Benjamín"*. Olomouc: Prodos, 2007. ISBN: 978-80-7230-177-5.

Vaněk, V., Calábek, P., Nocar, D. České stopy v Matematickém klokanovi. *Matematika – fyzika – informatika 27(5)*. Olomouc:Prometheus, 2018. ISSN 1805-7705.